Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

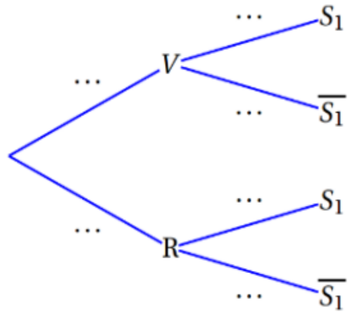
Théme : Probabilités

Exercice 10 type devoir

Exercice :

Une urne contient trois dés équilibrés, deux d'entre eux sont verts et possèdent six faces numérotées de 1 à 6 et le troisième est rouge possède deux faces numérotées 1 et quatre faces numérotées 6.
On prend un dé au hasard de l'urne et on le lance. (les résultats seront données sous forme de fractions).
On considère les évènements suivants :

V « le dé tiré est vert ».
R « le dé tiré est rouge ».
S_1 « on obtient 6 au lancer du dé ».



1°) On tire au hasard un dé de l'urne et on effectue un lancer de celui-ci.

a) Recopier et compléter l'arbre ci-dessous.
b) Calculer la probabilité $p(S_1)$.
c) Sachant qu'on a obtenu le numéro 6 sur le dé lancé, calculer la probabilité qu'il soit rouge.

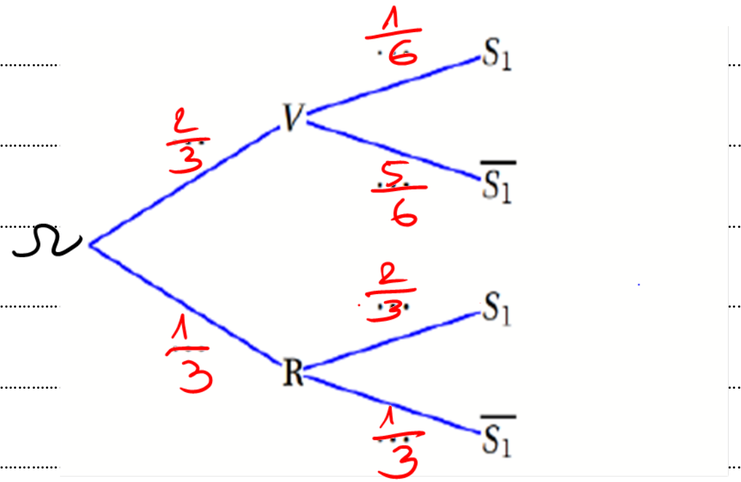
2°) On tire au hasard un dé de l'urne. Pour tout entier naturel n non nul, on lance n fois de suite ce dé.

On désigne par S_n l'évènement « on obtient 6 à chacun des n lancés ».

a) Exprimer $p(S_n)$ en fonction de n.
b) Pour tout entier naturel non nul n, on pose p_n la probabilité d'avoir tiré le dé rouge, sachant qu'on a obtenu le numéro 6 à chacun de n lancers.

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $p_n = \dfrac{1}{2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 1}$.

1) a)



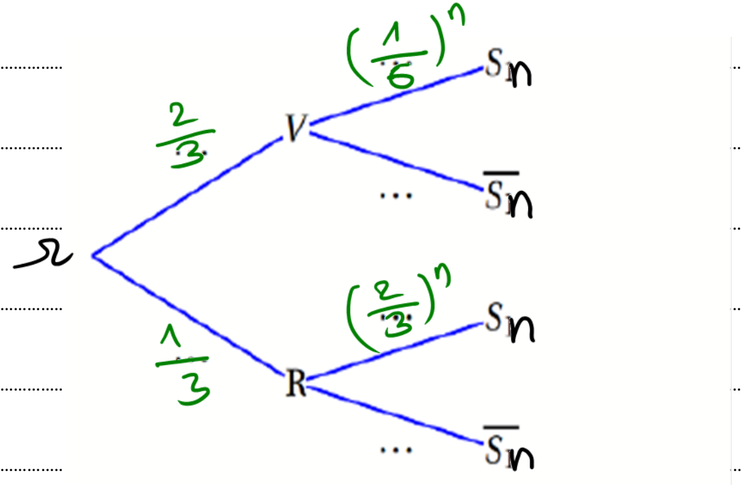
b) $p(S_1) = p(S_1 \cap R) + p(S_1 \cap V)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

c) $p(R/S_n) = \dfrac{p(R \cap S_n)}{p(R)}$

$= \dfrac{\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = \dfrac{2}{3}$

2) a)



*) $p(S_n) = p(S_n \cap V) + p(S_n \cap R)$

$= \dfrac{2}{3} \times \left(\dfrac{1}{6}\right)^n + \dfrac{1}{3} \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$

b) $p_n = p(R/S_n) = \dfrac{p(R \cap S_n)}{p(S_n)}$

$= \dfrac{\frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^n}{\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{6}\right)^n + \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^n}$

$= \dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)^n}{2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^n + \left(\frac{2}{3}\right)^n} \times \dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^n}{\left(\frac{3}{2}\right)^n}$

$= \dfrac{1}{2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n + 1}$